



Área: Matemáticas

Asignatura(s): Matemáticas – Lúdica

Docente(s): Edmanuel Rojas - Alicia Herrera – Julio Cesar Galvis

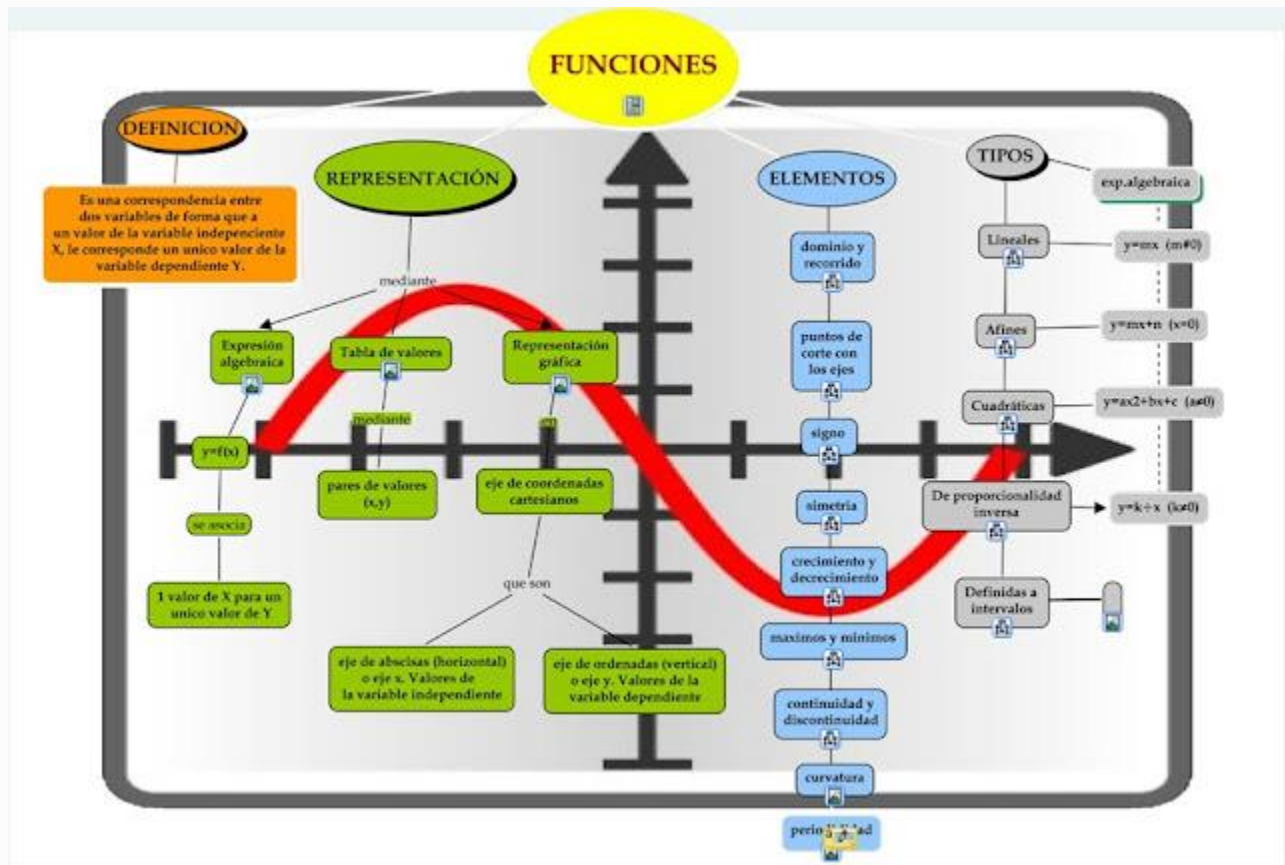
DBA 10. Propone relaciones o modelos funcionales entre variables e identifica y analiza propiedades de covariación entre variables, en contextos numéricos, geométricos y cotidianos y las representa mediante gráficas (cartesianas de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.).

Estrategias de Indagación

ACTIVIDAD 1 (Alistamiento): Realiza la siguiente lectura:

Las funciones en la vida cotidiana

Uno de los conceptos más importantes de las matemáticas modernas es el de FUNCIÓN. Una función es una relación de causa-efecto entre dos cantidades matemáticas representadas por variables.



Las funciones determinan las relaciones que existen entre distintas magnitudes tanto en Matemáticas, como en Física, Química, Medicina, Estadística, Economía, Ingeniería, Psicología... y permiten, entre otras muchas cosas, poder calcular los valores de cada una de ellas en función de otras de las que depende.

Los principales tipos de funciones son:

1. Funciones lineales.

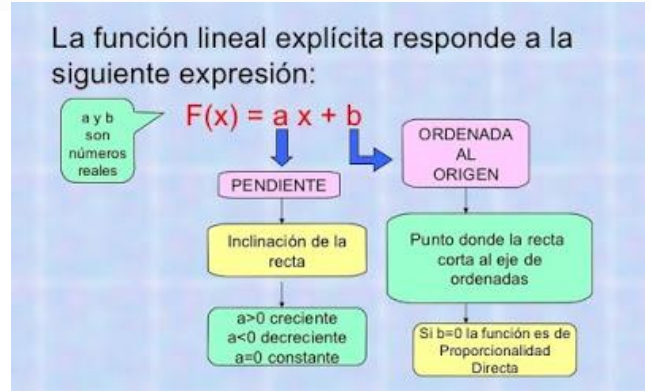
2. Funciones cuadráticas.
3. Funciones racionales. La función de proporcionalidad inversa.
4. Funciones exponenciales.
5. Funciones logarítmicas.
6. Funciones trigonométricas.

1. LAS FUNCIONES LINEALES

Son las funciones polinómicas de primer grado. La representación gráfica será una recta cuya pendiente nos informa de la rapidez de la variación de una magnitud con respecto a la otra y la ordenada en el origen nos informa sobre las condiciones iniciales.

Un caso particular de funciones lineales son **funciones de proporcionalidad** en las que las magnitudes que se relacionan son directamente proporcionales.

Por ejemplo, en economía decimos que "el precio de una compra es directamente proporcional al número de unidades compradas de un cierto producto", por lo tanto la función que relaciona ambas magnitudes es una función de proporcionalidad. Otro ejemplo: "El precio de la factura de la luz depende de una cantidad fija (alquiler del contador...) más una cantidad variable que es proporcional al consumo efectuado". En este caso, la relación entre el consumo efectuado y el coste de la factura viene dado por una **función afín** (también considerada como el caso general de función lineal). En **economía** hay dos funciones que tienen especial trascendencia, como son la función de la oferta y la función de la demanda, que se consideran lineales y son las dos funciones que determinan el equilibrio de mercado. También se aplica al cálculo de costos y precios de productos, consumo de productos, etc.



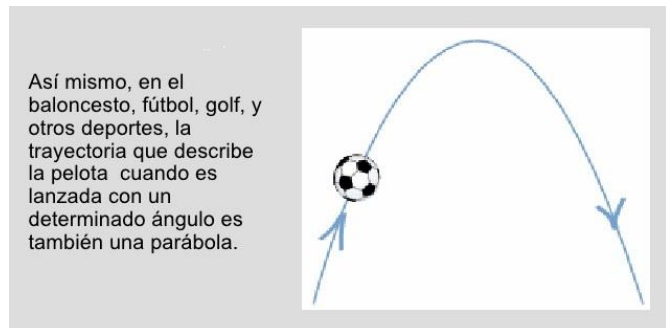
En **física** se estudia el movimiento rectilíneo uniforme (MRU) en el cual, la posición de un móvil en función del tiempo viene dada mediante funciones lineales.

En la **ciencia** en general se utilizan con mucha frecuencia, por ejemplo, para hallar tasas de variación (por ejemplo, en el cálculo de velocidades o en el estudio de reacciones químicas).

2. LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS

Son las funciones polinómicas de segundo grado. Se usan con mucha frecuencia en la ciencia, los negocios y la ingeniería.

En el **ámbito científico**, la parábola puede describir trayectorias de chorros de agua en una fuente o el botar de una pelota, y otras muchas situaciones físicas en las que interviene la gravedad. En **física**, permite estudiar con precisión el tiro parabólico (por ejemplo, la trayectoria de un proyectil, la trayectoria de un balón lanzado a canasta...) y los movimientos uniformemente acelerados (MUA)

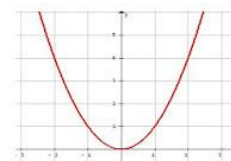


Así mismo, en el baloncesto, fútbol, golf, y otros deportes, la trayectoria que describe la pelota cuando es lanzada con un determinado ángulo es también una parábola.

Función Cuadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Su gráfica es una parábola cuya forma dependerá de los valores de a , b y c .
Por ejemplo:



En **economía**, las funciones cuadráticas ayudan a predecir ganancias y pérdidas en los negocios, y determinar los valores

máximos y mínimos puesto que en muchas ocasiones la función "ingresos" sigue un modelo cuadrático.

En **ingeniería civil**, se usan las funciones cuadráticas en la construcción de muchos edificios, puentes...



3. LAS FUNCIONES RACIONALES

Son aquellas funciones cuya expresión analítica viene dada por un cociente de polinomios.

Las más sencillas son las **funciones de proporcionalidad inversa**, que relacionan dos variables que son inversamente proporcionales. La función de proporcionalidad inversa aparece en numerosos **fenómenos físicos y sociales**. Algunos casos comunes ilustrativos de la aplicación de este tipo de funciones serían:

- La relación entre el caudal de un grifo y el tiempo que tarda en llenar un depósito de una capacidad determinada.
- La relación entre el número de pacientes que asiste a una consulta médica de horario limitado y el tiempo que puede dedicar el médico a cada paciente.
- La relación entre la intensidad de corriente y la resistencia eléctrica en una porción de circuito sometida a una diferencia de potencial constante, conocida como **ley de Ohm**: $V = I \times R$. La intensidad y la resistencia son magnitudes inversamente proporcionales.
- La relación entre la presión y el volumen en un gas ideal sometido a una temperatura constante k , que sigue el principio conocido como **ley de Boyle-Mariotte**: $P \times V = k$.

Espero que, después de mostrar las numerosas aplicaciones de estos tipos de funciones, sean estudiadas con más interés.

Tomado de <https://bit.ly/2W2dH8U> Puedes ver un video en <https://bit.ly/3iXywuG>

Las actividades deben ser realizadas y registradas las respuestas en el cuaderno de matemáticas.

ACTIVIDAD 2 (indagación): Contestar concienzudamente las siguientes preguntas en el cuaderno y apoyados en la información consultada de diferentes fuentes.

¿Cuáles son las principales funciones mencionadas en la lectura?

¿Cuáles variables encuentra en los recibos públicos de su casa?

¿Cuáles relaciones puede identificar entre las variables del recibo de la luz? Mencínelas y explique con un ejemplo

¿Qué fórmula matemática sirve para calcular el valor del recibo de la luz?

¿Qué es una fórmula para calcular la utilidad de un producto? Consulte en internet

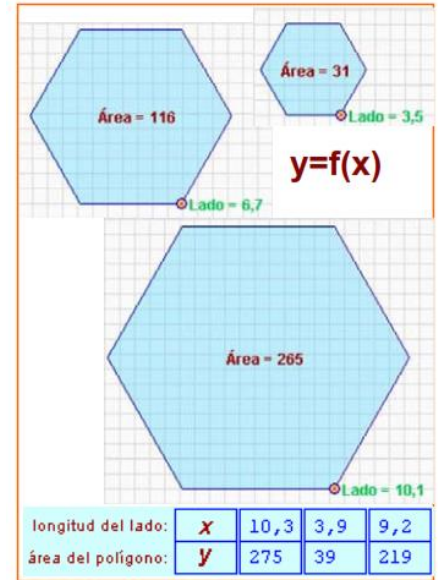
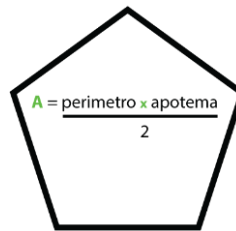
Ampliación Conceptual

ACTIVIDAD 3 (conceptualización): Con la investigación realizada en la actividad de indagación, ha ampliado su conocimiento y experimentado, varios conceptos matemáticos tan indispensables para así poder entender su uso en la cotidianidad. Consulte y mencione 10 conceptos de la imagen del mapa mental “funciones” de la lectura inicial.

FUNCIONES

Una función es una relación de causa-efecto entre dos cantidades matemáticas: a iguales causas, iguales efectos. La causa se denomina variable independiente y se denota con la letra x . El efecto es la variable dependiente, que se indica con la letra y . Frecuentemente, en lugar de la letra y se utiliza la expresión $f(x)$ (o $g(x)$, ...) para dar a entender que y efectivamente depende del valor de x .

EJEMPLO: El **área** de un polígono regular es **función** de la medida del **lado**.
 Variable **independiente:** x =longitud del lado
 Variable **dependiente:** y = área del polígono



Gráfica de una función

Para obtener la gráfica de una función a partir de la tabla de valores primero se dibujan unos ejes de coordenadas, representándose los valores de la variable independiente (x) en el eje horizontal (**abscisas**) y los de la variable dependiente (y) en el vertical (**ordenadas**).

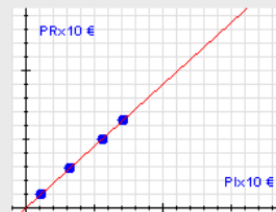
Cada pareja de valores de las variables dependiente e independiente se representa mediante un punto (x, y) en el sistema de coordenadas.

Los puntos dibujados se unirán si la variable independiente puede tomar cualquier valor real en el rango estudiado: la línea (recta o curva) que resulta es la **gráfica de la función**.

Las rebajas: si en un producto nos ofrecen un descuento del 10% pagaremos el 90% del precio original. Entonces, el precio rebajado (PR) es función del precio inicial (PI) a través de la expresión $PR = f(PI) = 0,9 \cdot PI$. Construye una tabla de valores para esta función (por ejemplo con cuatro valores) y dibuja la gráfica correspondiente

Elegimos cuatro valores arbitrarios para el precio inicial, los sustituimos en la expresión anterior y obtenemos la tabla:

PI	11	32	56	71
PR	9,9	28,8	50,4	63,9



Expresión algebraica

Se trata de una fórmula que permite obtener el valor de y cuando se sabe el valor de x realizando operaciones algebraicas. Es, por lo tanto, una manera de obtener imágenes de valores de la variable independiente sin tener que recurrir a la gráfica de la función.

Es sencillo obtener la tabla de valores de una función a partir de su **expresión algebraica** o analítica: no hay más que ir dando valores a x y calcularse los valores de y correspondientes. Así los tres elementos de una relación funcional (tabla de valores, gráfica y expresión algebraica) están interconectados.

Cuando se conoce la expresión algebraica de una función también se pueden obtener analíticamente las antiimágenes de un valor de y resolviendo una ecuación.

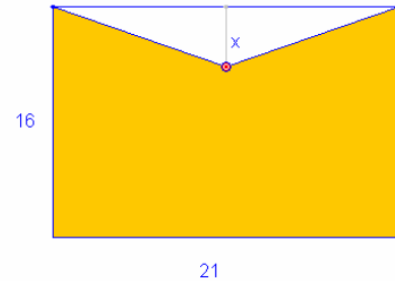
Relaciones que no son funcionales

En una relación funcional un valor de x sólo debe tener, como máximo, **una** imagen. No puede ser que una causa dé dos efectos diferentes.

En cambio, un mismo efecto puede proceder de diversas causas: un valor de y puede tener más de una antiimagen, o no tener ninguna.

Las relaciones **estadísticas** son situaciones en las que, aunque no se puede predecir exactamente cuál será la imagen de un valor de x (no son, por lo tanto, relaciones funcionales), sí que se puede dar una estimación de este valor.

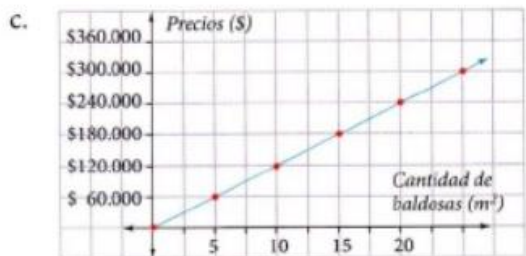
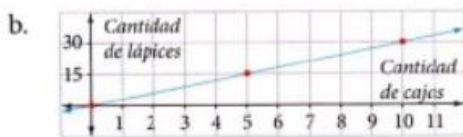
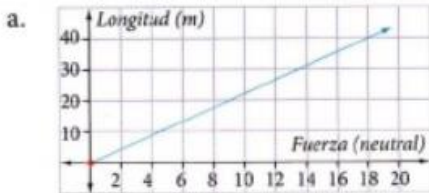
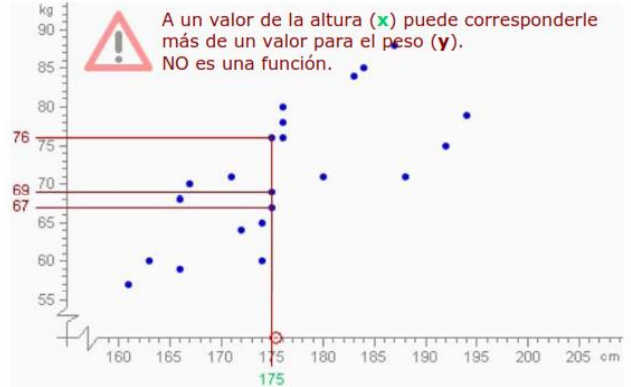
Escribe en función de x el área de la parte coloreada de la figura



El área del rectángulo completo es Base \times Altura, o sea: $21 \cdot 16 = 336$

El área del triángulo blanco es $\frac{\text{Base} \times \text{Altura}}{2}$ o sea: $\frac{21 \cdot x}{2}$

Entonces, el área de la zona sombreada es $A(x) = 336 - \frac{21 \cdot x}{2}$



EJERCICIO 1 : Para cada una de las graficas de la izquierda, escribe en lenguaje español una situación que la describa y una fórmula que cumpla la relación.

EJERCICIO 2 : Para cada una de las siguientes funciones construir una tabla de pares de valores de (x, y) ; ubicar esos pares en el plano cartesiano y unirlos con líneas rectas.

1. $y = x$
2. $f(x) = x^2$
3. $y = \sqrt{x}$
4. $g(x) = \frac{1}{x}$



Actividades de Aplicación

ACTIVIDAD 4

- Una empresa dice que en la elaboración de calculadoras, gasta \$50 por cada nueva calculadora fabricada. Un buen día gastaron \$12,000 por fabricar 100 calculadoras. Debido a esto ¿a cuánto equivale el Costo fijo por la maquinaria? (el Costo tiene un comportamiento lineal)
- En la fabricación de cierto producto, se ha encontrado que al hacer 1,001 productos se tiene un gasto de \$13,003, y que al producir 1,002 artículos se requieren de \$13,006. Si el Costo tiene un comportamiento lineal, ¿cuánto cuesta producir cada producto?
- Una empresa encargada de elaborar mouse para computadoras comenta que toda la maquinaria que emplea les representa un Costo fijo de \$8,000. Si al producir 1 mouse el gasto completo asciende a \$8,005. ¿Cuánto cuesta producir cada nuevo mouse? (el Costo tiene un comportamiento lineal)
- Una empresa gasta \$7.00 por cada producto que fabrica. Si un día produjo 100 artículos y tuvo como gasto total \$3,700, ¿cuánto tiene como Costo fijo? (Considere el Costo como función lineal)
- Una empresa que compite contra la del ejercicio anterior dice que tiene un Costo fijo de \$6,000 y que cuando produce 100 piezas el gasto total asciende a los \$6,960. ¿Cuánto gasta esta empresa por cada mouse que fabrica?
- La función de Costo de elaborar plumas está representada por $C(x) = 32x + 1500$. ¿Cuál es el Costo fijo debido a la producción de plumas?
- Cuando una empresa fabrica 2 productos x tiene un gasto de \$106, y cuando produce 3 productos gasta \$109. ¿Cuánto cuesta producir cada nuevo producto si el Costo tiene un comportamiento lineal?
- Si al momento de producir 2,000 artículos se tiene un gasto de \$3,500 y se conoce que el Costo fijo es de \$500, ¿Cuál es el valor de a en la siguiente ecuación? $C(x) = ax + 500$ (Poner el resultado con un solo decimal)
- Al fabricar cierto producto, se ha notado que se requieren \$7,625 para producir 25 piezas, y se gastan \$7,630 para elaborar 26 piezas. Si el Costo tiene un comportamiento lineal, ¿cuánto cuesta producir cada artículo nuevo?
- Si $C(500)$ representa "el costo de producir 500 productos", y se encontró que $C(500) = \$1,700$ teniendo como Costo fijo \$200, ¿Cuál es el valor de $C(1500)$?

Complementariamente a las actividades anteriores, en esta oportunidad, va a Ingresar en www.edmanuelrojasvillamizar.jimdofree.com y responder el cuestionario, para evidenciar lo interiorizado por el estudiante sobre el DBA abordado en este cuadernillo. Igualmente debe



Construcción de Compromiso

subir sus evidencias al email erojas460@unab.edu.co o a la plataforma COLMESUR. Recuerde que los profesores siempre estamos atentos a oír sus inquietudes y a brindar orientación por los medios de comunicación que sean posibles.

Rúbrica de evaluación

Aspecto	Desempeño superior	Desempeño alto	Desempeño básico	Desempeño bajo
Horario	El estudiante diseñó y ubicó en un lugar visible un horario para el trabajo en casa, y dio total cumplimiento al mismo teniendo en cuenta sus objetivos.	El estudiante diseñó y ubicó en un lugar visible un horario para el trabajo en casa, cumpliendo con la mayoría de ellos teniendo en cuenta sus objetivos.	El estudiante diseñó y ubicó en un lugar visible un horario para el trabajo en casa teniendo en cuenta sus objetivos.	El estudiante no diseñó ni ubicó en un lugar visible un horario para el trabajo en casa.

Autonomía en el trabajo.	El estudiante mantuvo una excelente actitud demostrando responsabilidad y compromiso frente al desarrollo de cada una de las actividades propuestas, lo que le permitió adquirir un aprendizaje significativo.	El estudiante mantuvo una buena actitud demostrando responsabilidad y compromiso frente al desarrollo de cada una de las actividades propuestas, lo que le permitió adquirir algún aprendizaje significativo.	El estudiante mantuvo una buena actitud frente al desarrollo de las actividades propuestas, lo que le permitió adquirir algún aprendizaje significativo.	El estudiante no mantuvo una actitud de responsabilidad y compromiso frente al desarrollo de cada una de las actividades propuestas, lo que no le permitió adquirir un aprendizaje significativo.
Cumplimiento	El estudiante cumplió con el total de las actividades propuestas en la presente cartilla de manera consciente y responsable.	El estudiante cumplió con la mayoría de las actividades propuestas en la presente cartilla de manera consciente y responsable.	El estudiante cumplió con algunas de las actividades propuestas en la presente cartilla.	El estudiante no cumplió con las actividades propuestas en la presente cartilla.
Disposición frente al aprendizaje	El estudiante mantuvo una actitud positiva y comprometida frente el aprendizaje agotando los recursos con los que contó en su entorno familiar para la adquisición y apropiación del conocimiento.	El estudiante mantuvo una buena actitud frente el aprendizaje utilizando algunos recursos con los que contó en su entorno familiar para la adquisición y apropiación del conocimiento.	El estudiante mantuvo una buena actitud frente el aprendizaje para la adquisición del conocimiento.	El estudiante debe mejorar su actitud frente el aprendizaje agotando los recursos con los que cuenta en su entorno familiar para la adquisición y apropiación del conocimiento.
Nuevo aprendizaje o competencia	El estudiante ha desarrollado la comprensión del nuevo conocimiento	El estudiante entiende y se esfuerza por la comprensión del nuevo conocimiento	El estudiante es motivado a la comprensión del nuevo conocimiento	El estudiante ha demostrado la no comprensión del nuevo conocimiento